
INDUTÂNCIA E CIRCUITOS MAGNÉTICOS LINEARES

1) Calcule a tensão aos terminais de uma bobina com indutância 100mH percorrida por uma corrente, i , nas seguintes condições:

$$i = 20 \sin(314t) \quad (\text{SI})$$

$$i = 5 \text{ A}$$

$$V = -L \frac{di}{dt}$$

Resolução

$$\begin{aligned} \text{a) } V &= -100 \times 10^{-3} \frac{d(20 \sin(314t))}{dt} & V &= -100 \times 10^{-3} \times 20 \times \cos(314t) \times 314 \\ & V &= -628 \cos(314t) \text{ (V)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } V &= -100 \times 10^{-3} \frac{d(5)}{dt} & V &= -100 \times 10^{-3} \times 0 & V &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Resposta} \quad \text{a) } V = -628 \cos(314t) \text{ (V)} \quad \text{b) } V = 0$$

2) Calcule a indutância de uma bobina de 250 espiras com núcleo de aço de secção 2cm² e comprimento 15cm que se encontra a funcionar na zona linear ($\mu_R=10$).

$$L = \frac{\lambda}{I} \quad \frac{l}{\mu A} \phi = NI$$

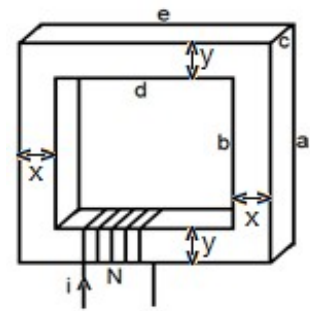
Resolução

$$\begin{aligned} L &= \frac{\lambda}{I} & \frac{LI}{N} &= \phi & \frac{LI}{N} &= \frac{NI\mu A}{l} \\ \frac{l}{\mu A} \phi &= NI & \phi &= \frac{NI\mu I}{l} & & \\ L &= \frac{N^2 \mu A}{l} & L &= \frac{250^2 \times 10 \times 1.256 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-4}}{15 \times 10^{-2}} & L &\cong 1 \text{ mH} \end{aligned}$$

$$\text{Resposta} \quad L \cong 1 \text{ mH}$$

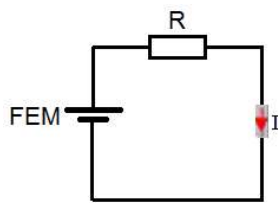
3) Considere o circuito magnético apresentado na figura ao lado. Sabendo que este se encontra a funcionar na zona linear e que a permeabilidade magnética relativa do material constituinte do núcleo é 8, determine:

- o circuito elétrico equivalente;
- o fluxo magnético no núcleo;
- a densidade de fluxo magnético no interior do enrolamento;
- o campo magnético no interior do enrolamento;
- a indutância vista aos terminais do enrolamento;
- a corrente que percorre o enrolamento para uma tensão aplicada de 230V/50Hz.



$a=12\text{cm}$ $b=8\text{cm}$ $c=3\text{cm}$
 $d=7\text{cm}$ $e=15\text{cm}$
 $i=2\text{A}$ $N=5000$

Resolução (a)



$$\text{FMM} = NI$$

$$R = \frac{l_{\text{med}}}{\mu A}$$

$$\text{FMM} = R \phi$$

$$A_{xc} = \frac{e-d}{2} c$$

$$A_{yc} = \frac{a-b}{2} c$$

$$l_{xc} = \frac{a+b}{2} 2$$

$$l_{yc} = \frac{e+d}{2} 2$$

$$R = R_{xc} + R_{yc}$$

$$R = \frac{l_{xc}}{\mu A_{xc}} + \frac{l_{yc}}{\mu A_{yc}}$$

$$R = \frac{\frac{a+b}{2} 2}{\mu \frac{e-d}{2} c} + \frac{\frac{e+d}{2} 2}{\mu \frac{a-b}{2} c}$$

$$R = 2 \frac{a+b}{\mu(e-d)c} + 2 \frac{e+d}{\mu(a-b)c}$$

$$R = 2 \frac{12 \times 10^{-2} + 8 \times 10^{-2}}{\mu(15 \times 10^{-2} - 7 \times 10^{-2})3 \times 10^{-2}} + 2 \frac{15 \times 10^{-2} + 7 \times 10^{-2}}{\mu(12 \times 10^{-2} - 8 \times 10^{-2})3 \times 10^{-2}}$$

$$R = 2 \frac{12+8}{\mu_r \mu_o (15-7)3 \times 10^{-2}} + 2 \frac{15+7}{\mu_r \mu_o (12-8)3 \times 10^{-2}}$$

$$R = 200 \frac{12+8}{8 \times 1.256 \times 10^{-6} (15-7)3} + 200 \frac{15+7}{8 \times 1.256 \times 10^{-6} (12-8)3}$$

$$R = 53.1 \times 10^6 H^{-1}$$

$$\text{FMM} = NI$$

$$\text{FMM} = 5000 \times 2$$

$$\text{FMM} = 10 \times 10^3 \text{ A. esp}$$

Resposta (a)

$$R = 53.1 \times 10^6 H^{-1}$$

$$\text{FMM} = 10 \times 10^3 \text{ A. esp}$$

Resolução (b)

$$FMM = R \phi \quad 10 \times 10^3 = 53.1 \times 10^6 \phi$$

$$\phi = 603 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

$$\text{Resposta (b)} \quad \phi = 188.3 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

Resolução (c)

$$\phi = B_{yc} A_{yc} \quad \phi = B_{yc} \frac{a-b}{2} c \quad B_{yc} = \phi \frac{2}{(a-b)c}$$

$$B_{yc} = 188.3 \times \frac{2}{(12 \times 10^{-2} - 8 \times 10^{-2}) \times 3 \times 10^{-2}} \quad B_{yc} = 0.3 T$$

$$\text{Resposta (c)} \quad B_{yc} = 0.3 T$$

Resolução (d)

$$B = \mu H \quad H = \frac{B}{\mu_r \mu_o} \quad H = \frac{0.3}{8 \times 1.265 \times 10^{-6}} \quad H = 29.7 \times 10^3 \text{ A/m}$$

$$\text{Resposta (d)} \quad H = 29.7 \times 10^3 \text{ A/m}$$

Resolução (e)

$$L = \frac{\lambda}{I} \quad L = \frac{N \phi}{I} \quad L = \frac{5000 \times 188.3 \times 10^{-6}}{2} \quad L = 0.47 H$$

$$\text{Resposta (e)} \quad L = 0.47 H$$

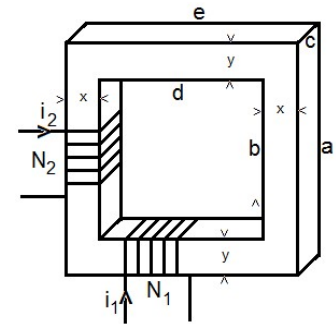
Resolução (f)

$$X_L = \omega L \quad I = \frac{U}{X_L} \quad I = \frac{230}{314 \times 0.47} \quad I = 1.56 A$$

$$\text{Resposta (f)} \quad I = 1.56 A$$

4) Considere o circuito magnético apresentado na figura ao lado. Sabendo que este se encontra a funcionar na zona linear e que a permeabilidade magnética relativa do material constituinte do núcleo é 8, determine:

- o circuito eléctrico equivalente;
- o fluxo magnético no núcleo;
- a densidade de fluxo magnético no interior do enrolamento N_1 ;
- a densidade de fluxo magnético no interior do enrolamento N_2 ;
- o campo magnético no interior do enrolamento N_1 ;
- o campo magnético no interior do enrolamento N_2 .



$$a=12\text{cm} \quad b=8\text{cm} \quad c=3\text{cm}$$

$$d=7\text{cm} \quad e=15\text{cm}$$

$$i_1=2\text{A} \quad N_1=5000$$

$$i_2=5\text{A} \quad N_2=1000$$

Resolução (a)

$$\text{FMM} = \text{FMM}_1 + \text{FMM}_2$$

$$\text{FMM} = N_1 I_1 + N_2 I_2$$

$$\text{FMM} = 5000 \times 2 + 1000 \times 5$$

$$\text{FMM} = 15000 \text{ A} \cdot \text{esp}$$

Resposta (a)

$$R = 53.1 \times 10^6 H^{-1} \text{ (do problema 3)}$$

$$\text{FMM} = 15 \times 10^3 \text{ A} \cdot \text{esp}$$

Resolução (b)

$$\text{FMM} = R \phi$$

$$\phi = \frac{\text{FMM}}{R}$$

$$\phi = \frac{15 \times 10^3}{53.1 \times 10^6}$$

$$\phi = 282 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

Resposta (b)

$$\phi = 282 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

Resolução (c)

$$\phi = B_{yc} A_{yc}$$

$$A_{yc} = \frac{a-b}{2} c$$

$$\phi = B_{yc} \frac{a-b}{2} c$$

$$B_{yc} = \phi \frac{2}{(a-b)c}$$

$$B_{yc} = 282 \times \frac{2}{(12 \times 10^{-2} - 8 \times 10^{-2}) \times 3 \times 10^{-2}}$$

$$B_{yc} = 0.47 \text{ T}$$

Resposta (c)

$$B_{yc} = 0.47 \text{ T}$$

Resolução (d)

$$\phi = B_{xc} A_{xc} \quad A_{xc} = \frac{e-d}{2} c \quad \phi = B_{xc} \frac{e-d}{2} c \quad B_{xc} = \phi \frac{2}{(e-d)c}$$

$$B_{xc} = 188.3 \times \frac{2}{(15 \times 10^{-2} - 7 \times 10^{-2}) \times 3 \times 10^{-2}} \quad B_{xc} = 0.23 T$$

Resposta (d) $B_{xc} = 0.23 T$

Resolução (e)

$$B_{yc} = \mu H_{yc} \quad H_{yc} = \frac{B_{yc}}{\mu_r \mu_o} \quad H_{yc} = \frac{0.47}{8 \times 1.265 \times 10^{-6}} \quad H_{yc} = 46.4 \times 10^3 A/m$$

Resposta (e) $H_{yc} = 46.4 \times 10^3 A/m$

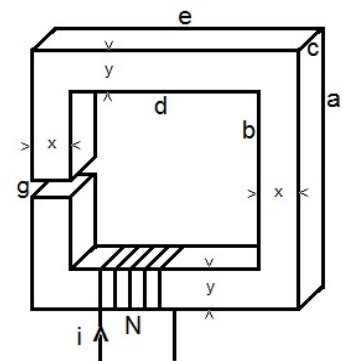
Resolução (f)

$$B_{xc} = \mu H_{xc} \quad H_{xc} = \frac{B_{xc}}{\mu_r \mu_o} \quad H_{xc} = \frac{0.23}{8 \times 1.265 \times 10^{-6}} \quad H_{xc} = 22.7 \times 10^3 A/m$$

Resposta (f) $H_{xc} = 22.7 \times 10^3 A/m$

5) Considere o circuito magnético apresentado na figura ao lado. Sabendo que este se encontra a funcionar na zona linear e que a permeabilidade magnética relativa do material constituinte do núcleo é 8, determine:

- o circuito elétrico equivalente;
- o fluxo magnético no núcleo;
- a densidade de fluxo magnético no interior do enrolamento;
- o campo magnético no interior do enrolamento;
- a indutância vista aos terminais do enrolamento;
- a corrente que percorre o enrolamento para uma tensão aplicada de 230V/50Hz.



$$a=12cm \quad b=8cm \quad c=3cm$$

$$d=7cm \quad e=15cm \quad g=2mm$$

$$i=2A \quad N=5000$$

Resolução (a)

$$A_{xc} = \frac{e-d}{2}c = A_g$$

$$A_{yc} = \frac{a-b}{2}c$$

$$l_{xc} = \frac{a+b}{2}2 - g$$

$$l_{yc} = \frac{e+d}{2}2$$

$$R = R_g + R_{xc} + R_{yc}$$

$$R = \frac{l_g}{\mu A_g} + \frac{l_{xc}}{\mu A_{xc}} + \frac{l_{yc}}{\mu A_{yc}}$$

$$R = \frac{g}{\mu_0 \frac{e-d}{2}c} + \frac{\frac{a+b}{2}2 - g}{\mu \frac{e-d}{2}c} + \frac{\frac{e+d}{2}2}{\mu \frac{a-b}{2}c}$$

$$R = 2 \frac{g}{\mu_0 (e-d)c} + 2 \frac{a+b-g}{\mu (e-d)c} + 2 \frac{e+d}{\mu (a-b)c}$$

$$R = 2 \frac{2 \times 10^{-3}}{\mu_0 (15 \times 10^{-2} - 7 \times 10^{-2}) 3 \times 10^{-2}} + 2 \frac{12 \times 10^{-2} + 8 \times 10^{-2} - 2 \times 10^{-3}}{\mu_r \mu_o (15 \times 10^{-2} - 7 \times 10^{-2}) 3 \times 10^{-2}} + 2 \frac{15 \times 10^{-2} + 7 \times 10^{-2}}{\mu_r \mu_o (12 \times 10^{-2} - 8 \times 10^{-2}) 3 \times 10^{-2}}$$

$$R = \frac{200}{3\mu_0} \left(\frac{0.2}{8} + \frac{19.8}{8 \times 8} + \frac{22}{8 \times 4} \right)$$

$$R = 53.85 \times 10^6 H^{-1}$$

Resposta (a)

$$R = 53.85 \times 10^6 H^{-1}$$

$$FMM = 10 \times 10^3 A \cdot \text{esp}$$

(do problema 3)

Resolução (b)

$$FMM = R \phi$$

$$\phi = \frac{FMM}{R}$$

$$\phi = \frac{10 \times 10^3}{53.85 \times 10^6}$$

$$\phi = 186 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

Resposta (b)

$$\phi = 186 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

Resolução (c)

$$\phi = B_{yc} A_{yc}$$

$$\phi = B_{yc} \frac{a-b}{2}c$$

$$B_{yc} = \phi \frac{2}{(a-b)c}$$

$$B_{yc} = 186 \times 10^{-6} \frac{2}{(12 \times 10^{-2} - 8 \times 10^{-2}) 3 \times 10^{-2}}$$

$$B_{yc} = 0.31 \text{ T}$$

Resposta (c)

$$B_{yc} = 0.31 \text{ T}$$

Resolução (d)

$$B = \mu H$$

$$H = \frac{B}{\mu_r \mu_0}$$

$$H = \frac{0.31}{8 \times 1.265 \times 10^{-6}}$$

$$H = 30.6 \times 10^3 \text{ A/m}$$

Resposta (d)

$$H = 30.6 \times 10^3 \text{ A/m}$$

Resolução (e)

$$L = \frac{\lambda}{I} \quad L = \frac{N\phi}{I} \quad L = \frac{5000 \times 186 \times 10^{-6}}{2} \quad L = 0.465 \text{ H}$$

Resposta (e) $L = 0.465 \text{ H}$

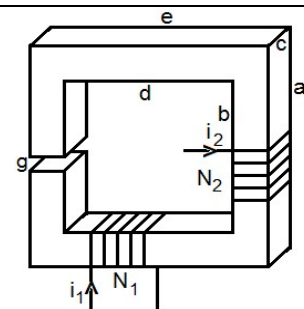
Resolução (f)

$$X_L = \omega L \quad I = \frac{U}{X_L} \quad I = \frac{230}{314 \times 0.465} \quad I = 1.56 \text{ A}$$

Resposta (f) $I = 1.56 \text{ A}$

6) Considere o circuito magnético apresentado na figura ao lado. Sabendo que este se encontra a funcionar na zona linear e que a permeabilidade magnética relativa do material constituinte do núcleo é 8, determine:

- o circuito eléctrico equivalente;
- o fluxo magnético no núcleo;
- a densidade de fluxo magnético no interior de N_1 ;
- a densidade de fluxo magnético no interior de N_2 ;
- o campo magnético no interior do enrolamento N_1 ;
- o campo magnético no interior do enrolamento N_2 ;



$$a=12\text{cm} \quad b=8\text{cm} \quad c=3\text{cm}$$

$$d=7\text{cm} \quad e=15\text{cm}$$

$$i_1=2\text{A} \quad N_1=5000$$

$$i_2=5\text{A} \quad N_2=1000$$

Resolução (a)

$$\text{FMM} = \text{FMM}_1 + \text{FMM}_2$$

$$\text{FMM} = N_1 I_1 + N_2 I_2$$

$$\text{FMM} = 5000 \times 2 + 1000 \times (-5)$$

$$\text{FMM} = 5000 \text{ A} \cdot \text{esp}$$

Resposta (a) $\text{FMM} = 5000 \text{ A} \cdot \text{esp}$

$$R = 53.85 \times 10^6 \text{ H}^{-1} \text{ (do problema 5)}$$

Resolução (b)

$$FMM = R \phi \quad \phi = \frac{FMM}{R} \quad \phi = \frac{5 \times 10^3}{53.85 \times 10^6} \quad \phi = 93 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

Resposta (b) $\phi = 93 \times 10^{-6} \text{ Wb}$

Resolução (c)

$$\phi = B_{yc} A_{yc} \quad \phi = B_{yc} A_{yc} \quad A_{yc} = \frac{a-b}{2} c$$
$$\phi = B_{yc} \frac{a-b}{2} c \quad B_{yc} = \phi \frac{2}{(a-b)c} \quad B_{yc} = 93 \times 10^{-6} \frac{2}{(12 \times 10^{-2} - 8 \times 10^{-2}) 3 \times 10^{-2}}$$

$$B_{yc} = 0.155 \text{ T}$$

Resposta (c) $B_{yc} = 0.155 \text{ T}$

Resolução (d)

$$\phi = B_{xc} A_{xc} \quad A_{xc} = \frac{e-d}{2} c$$
$$\phi = B_{xc} \frac{e-d}{2} c \quad B_{xc} = \phi \frac{2}{(e-d)c} \quad B_{xc} = 93 \times 10^{-6} \frac{2}{(15 \times 10^{-2} - 7 \times 10^{-2}) 3 \times 10^{-2}}$$

$$B_{xc} = 0.0775 \text{ T}$$

Resposta (d) $B_{xc} = 0.0775 \text{ T}$

Resolução (e)

$$B_{yc} = \mu H_{yc} \quad H_{yc} = \frac{B_{yc}}{\mu_r \mu_0} \quad H_{yc} = \frac{0.155}{8 \times 1.265 \times 10^{-6}} \quad H_{yc} = 15.3 \times 10^3 \text{ A/m}$$

Resposta (e) $H_{yc} = 15.3 \times 10^3 \text{ A/m}$

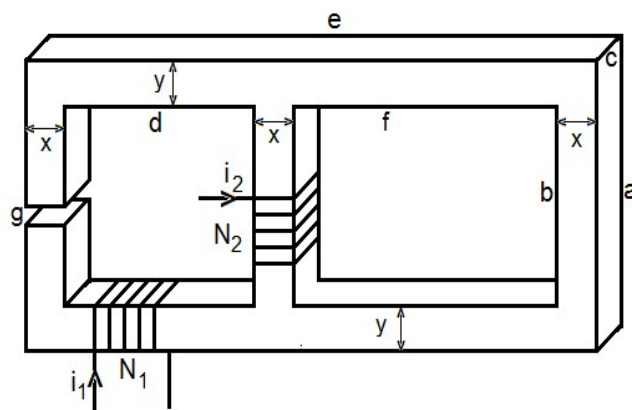
Resolução (f)

$$B_{xc} = \mu H_{xc} \quad H_{xc} = \frac{B_{xc}}{\mu_r \mu_0} \quad H_{xc} = \frac{0.0775}{8 \times 1.265 \times 10^{-6}} \quad H_{xc} = 7.7 \times 10^3 \text{ A/m}$$

Resposta (f) $H_{xc} = 7.7 \times 10^3 \text{ A/m}$

7) Considere o circuito magnético apresentado na figura ao lado. Sabendo que este se encontra a funcionar na zona linear e que a permeabilidade magnética relativa do material constituinte do núcleo é 8, determine:

- o circuito elétrico equivalente;
- o fluxo magnético no interior do enrolamento N_1 ;
- o fluxo magnético no interior do enrolamento N_2 ;
- a densidade de fluxo magnético no interior do enrolamento N_1 ;
- a densidade de fluxo magnético no interior do enrolamento N_2 ;
- o campo magnético no interior do enrolamento N_1 ;
- o campo magnético no interior do enrolamento N_2 ;



$a = 20\text{cm}$ $b = 8\text{cm}$ $c = 3\text{cm}$ $d = 5\text{cm}$ $e = 30\text{cm}$ $f = 10\text{cm}$ $g = 2\text{mm}$

$i_1 = 2\text{A}$ $N_1 = 5000$ $i_2 = 5\text{A}$ $N_2 = 1000$